

Esercizi prima lezione congruenze (tratti dal testo Aritmetica modulare di Salvatore Damantino e Emanuele Campeotto)

domenica 10 ottobre 2021 20:36

- A) Dato un intero N e detta $N = a_m 10^m + a_{m-1} 10^{m-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$ la sua rappresentazione decimale, N è divisibile per 13 se e solo se è divisibile per 13 il numero $a_2 a_1 a_0 - a_5 a_4 a_3 + a_8 a_7 a_6 - \dots$, dove la scrittura di ogni addendo nella forma $a_{k+2} a_{k+1} a_k$ sta a indicare l'accostamento delle cifre e non il loro prodotto.
- B) Dire se esiste un quadrato perfetto la cui espressione in base 10 termina con le cifre 02.

GARA (60 min)

- 1) Sapendo che $19! = 121645100408ab2000$, determinare il valore delle cifre a e b . Dare come risposta $a+b$.
- 2) Olimpiadi matematica, fase provinciale 2006. Quanti sono i numeri di 5 cifre che non contengono zeri e sono multipli di 12?
- 3) Un intero positivo n è costituito da 501 cifre comprese tra 0 e 6. Letto in base 10 è multiplo di 3, in base 7 è multiplo di 6, in base 16 è multiplo di 15. Quanto può valere al massimo la somma delle cifre di n ?
- 4) Determinare la cifra delle unità di 2018^{2021} .
- 5) Determinare la cifra delle unità del numero $n = 34^{27} 49^{208}$.
- 6) Determinare per quanti valori di n naturale minore di 100 si ha $11 \mid 10^n - 1$
- 7) Determinare per quanti valori di n naturale minore di 100 si ha $11 \mid 10^n + 1$.
- 8) Sia data la successione $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n^2 \end{cases} \quad \forall n \geq 1$. Qual è la cifra delle unità di a_{N_A} , se $N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.
- 9) Determinare l'unico intero positivo di 4 cifre della forma $N = \overline{aabb}$ che sia anche un quadrato perfetto.
- 10) Determinare le ultime 4 cifre della rappresentazione ternaria del numero 5732^9 .
- 11) Determinare il resto della divisione per 100 e della divisione per 189 del numero $N = 1 + 2! + 3! + 4! + \dots + 999!$. Dare come risposta la somma dei resti ottenuti.
- 12) Un numero N è composto da 55 cifre decimali uguali a 5. Qual è il resto della sua divisione per 101?